

(全2の2)

4. 4つの箱と4つのボールがあり、箱にはそれぞれ1から4の番号が、ボールにはA, B, C, Dのアルファベットがそれぞれ1つずつ書かれている。初めに、1の箱にAのボール、2の箱にBのボール、3の箱にCのボール、4の箱にDのボールを入れる。

3枚のカードに1から3の番号を書き、袋の中に入れる。その袋から1枚のカードを取り出し、取り出したカードの数が1であれば1の箱と2の箱に入っているボールを入れ替える。2であれば2と3の箱、3であれば3と4の箱のボールを入れ替える。引いたカードは袋に戻す。カードを引いてボールを入れ替える作業を1回の操作とする。

(1) 4回の操作後にAが4の箱に入っている確率は $\frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロウ}}}$ 、5回の操作後にAが4の箱に入っている確率は $\frac{\boxed{\text{ラン}}}{\boxed{\text{あいう}}}$ である。

(2) 6回の操作後、Aが4の箱に入っていた。このとき、1の箱にD、2の箱にC、3の箱にBが入っている条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{え}}}{\boxed{\text{おか}}}$ である。

5. 母線の長さが1である円錐がある。頂点をOとし、底面の円周上に、線分ABが直径となるように点A, Bをとる。

xyz空間において、この円錐を滑らせることなく転がすことを考える。まず、頂点Oが原点、点Aが(1, 0, 0)、点Bのz座標が正となるように円錐をおく。この状態から、円錐の側面がxy平面から離れないように円錐を転がすとき、元の位置に戻ってくるまでに円錐が通過する部分をWとおく。

$\angle AOB = \theta$ とするとき、以下の問いに答えよ。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。また、各問いにおいて、点の位置は、円錐を最初においた場所と考えるものとする。

また、 $\boxed{\text{き}}, \boxed{\text{く}}, \boxed{\text{こ}}, \boxed{\text{さ}}, \boxed{\text{せ}}, \boxed{\text{そ}}, \boxed{\text{ち}}, \boxed{\text{つ}}$ には、次の選択肢から適当なものを選んで番号で答えよ。同じ番号を何回選んでもよい。

- ① k ② k^2 ③ $\sin \theta$ ④ $\cos \theta$ ⑤ $\tan \theta$
 ⑥ $\sin^2 \theta$ ⑦ $\cos^2 \theta$ ⑧ $\sin t$ ⑨ $\cos t$ ⑩ $\tan t$

(1) 点Bの座標は $(\boxed{\text{き}}, 0, \boxed{\text{く}})$ である。

(2) 平面 $z = k$ ($k > 0$) と円錐の底面とが共有する線分の端点を C_k, D_k とする。 C_k と点 $P_k(0, 0, k)$ との距離は $\sqrt{\boxed{\text{け}} - \boxed{\text{こ}}}$ である。また、Wの体積は $\frac{\boxed{\text{さ}}}{\boxed{\text{し}}} \pi$ である。

(3) 線分 OC_k と平面 $z = 0$ のなす角を t とすると、 $P_k C_k = \boxed{\text{せ}}$ である。円錐の底面の周が通過する曲面の面積は、 $2\pi \int_0^{\pi/2} \boxed{\text{せ}} dt = 2\pi \boxed{\text{そ}}$ であるから、Wの表面積は $\pi(1 + \boxed{\text{た}} + \boxed{\text{ち}} + \boxed{\text{つ}})$ である。

2

(全2の1)

1. 1辺の長さが1の正四面体OABCと1つの面を共有する正四面体DABCがある。OとDは異なる点である。OBの中点をM、BDを3:1に内分する点をNとする。点Mを通り、三角形OACに平行な面とAB、AD、CD、CBとの交点を、順にP、Q、R、Sとする。 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とする。

(1) $\vec{OD} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{b} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \vec{c}$ である。

(2) $|\vec{AQ}| = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。 $\vec{SQ} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \vec{a}$ であるから、 $\vec{SQ} \parallel \vec{OA}$ である。

(3) 五角形MPQRSの面積は $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}} \sqrt{\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}}$ であり、五角錐N-MPQRSの体積は $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

2. 3^n を2進法で表したときの桁数を a_n 、5進法で表したときの桁数を b_n とする。 n を自然数とし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として、次の問いに答えよ。

(1) $\log_2 3 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$, $\log_3 3 = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。ただし、いずれも小数第4位を四捨五入して、小数第3位まで答えよ。

(2) $a_n + b_n = \boxed{\text{ヒ}} \times \boxed{\text{フ}}$ である。

(3) $a_n - b_n = 10$ となる n は、 $n = \boxed{\text{ハ}} \times \boxed{\text{ホ}}$ である。

3. 2つの自然数 p, q ($p > q$) について、 $a = \sqrt{p} + \sqrt{q}$, $\beta = \sqrt{p} - \sqrt{q}$ を考える。 $a_n = a^p + \beta^p$ とするとき、以下の問いに答えよ。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セ}}, \boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}}, \boxed{\text{チ}}, \boxed{\text{ツ}}$ には、次の選択肢から適当なものを選んで番号で答えよ。同じ番号を何回選んでもよい。

- ① p ② q ③ $p + q$ ④ $p - q$
 ⑤ $2p + q$ ⑥ $p + 2q$ ⑦ $3p + q$ ⑧ $p + 3q$

(1) $a_1 = \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \sqrt{p}$, $a_2 = \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}} (\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}})$, $a_3 = \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}} \sqrt{p} (\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}})$ である。

(2) $a_{n+1} = \sqrt{p} b_n$, $a_{2n} = c_n$ とおく。 $b_{n+1} = \boxed{\text{ヤ}} \times \boxed{\text{ユ}}$, $c_{n+1} = (\frac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{エ}}}) (c_n - \frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}} \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{エ}}}) b_n$ である。

(3) $p = 5$, $q = 3$ のとき、 a^{2018} の1の位の数は $\boxed{\text{ル}}$ である。

1